JOSEF MRÁZ:

Statistické řady.

„Im Bestreben nach Übersicht und Ordnung einer zunächst unübersehbarer Vielheit von Erscheinungen besteht ein wesentlicher Teil der wissenschaftlichen Arbeit".

Tischer, Grundlegung der Statistik, str. 25.

I. *Pojem a definice.*

Statistická řada je soustavný sled stejnorodých statistických výrazů.

Soustavnost sledu záleží v jakémkoli řádu. Nahodilý sled je nepořádek. Řada je však nástrojem pořádku a přehlednosti, neboť ukojuje nejprimitivnější, ale také nejdůležitější potřebu statistické metody: řadit, pořádat, třídit, seskupovat. V samém slově řada je už obsažen pojem řádu, pořádku, soustavnosti. Soustavný sled může se uskutečniti trojím způsobem: v rámci času, v rámci místa a v rámci věcné příslušnosti. V rámci času je soustavný sled dán zcela pevně posloupností časovou. V rámci místa je dán přehledným a vyčerpávajícím uspořádáním podle dílů místních. V rámci věcné příslušnosti je dán přehledným a vyčerpávajícím uspořádáním podle dílů téhož věcného celku.

Statistickými výrazy rozumějí se jakékoli statistické číselné údaje, na př. prostá čísla (hodnoty nebo četnosti), poměrná čísla (na př. procenta, indexy) nebo konečně střední hodnoty (na př. průměry). Nejsou vyloučeny ani jiné vzácnější statistické výrazy, jejichž řady mohou přicházeti v matematických operacích statistických, na př. řady měr disperse, korelačních koeficientů a pod. Každý jednotlivý statistický výraz (hodnotu, četnost atd.) tvořící součást řady jmenujeme obecně členem řady.

Vždycky to však musí býti stejnorodé statistické výrazy, na př. vždy četnosti vztahující se k témuž pojmu, vždy hodnoty téhož druhu a pod. Několik nestejnorodých statistických výrazů, uspořádaných vedle sebe třeba v logickém pořádku, není statistickou řadou. Na př. tabulka představující pro jednotlivé okresy počet obyvatelstva, počet sňatků, počet narozených, počet zemřelých, přirozený přírůstek absolutně i relativně — představuje řady jen po sloupcích (v pořádku podle okresů), nikoli vodorovně. Podobně není statistickou řadou řada statistických výrazů, které pro střední školy udávají počet škol, počet tříd, počet učitelů, počet žáků, náklad osobní, náklad věcný a pod.

Vnější podoba statistické řady (neběží-li o prostou řadu hodnot, na př. sestavených podle velikosti — t. zv. prařada individuelních hodnot) je t. zv. tabulka o jednom vchodu, t. j. tabulka představující třídění pouze v jediném směru a skládající se v nejjednodušší formě ze dvou sloupců. V prvém sloupci (legendě) je popsán soustavný sled: stupnice časová, popis místních dílů, klasifikace kvalitativního znaku, stupnice kvantitativního[1]) znaku. Ve druhém sloupci jsou uvedeny příslušné číselné výrazy, jichž povaha je popsána v hlavičce sloupce: hodnoty, četnosti atd. Jsou-li četnosti uvedeny absolutně i relativně, má tabulka tři sloupce.

II. *Druhy statistických řad.*

1. Podle soustavnosti sledu lišíme řady časové, místní a věcné.

a) Řada časová či historická je taková, kde stejnorodé statistické výrazy jsou za sebou uspořádány podle pevných dílů časových: podle dní (na př. meteorologická pozorování), podle měsíců (na př. cenové indexy, spotřeba piva nebo masa), podle let (na př. data o sklizni), podle desítiletí (na př. počet obyvatelů téhož státu z různých sčítání) a pod.

b) Řada místní či geografická je taková řada, kde stejnorodé statistické výrazy vztahující se k jednotlivým dílům místním jsou uvedeny v pořádku, jenž vyčerpává určitý místní celek. Místní díly mohou býti dány jako pevné obvody (obvody obcí, okresů, zemí), jež statistik přijímá jako hotové, nebo je může z teritoriálních prvků tvořiti pro určité své účely (na př. t. zv. přirozené krajiny z obcí neb okresů téže nebo podobné povahy). Vždy však daný celkový místní rámec musí býti svými díly vyčerpán. Soustavný sled místních dílů není předem pevně určen, záleží

[1]) Což je vlastně skutečnou, třeba někdy jen schematickou řadou hodnot.

tu na rozhodnutí statistikově, zvolí-li na př. pořádek abecední podle jmen místních dílů (na př. Afrika, Amerika, Asie, Australie, Evropa) nebo logický pořádek podle důležitosti, významu, trvání místních dílů (na př. Evropa, Asie, Afrika, Amerika, Australie nebo Čechy, Morava se Slezskem, Slovensko, Podkarpatská Rus) nebo pořádek podle skutečné polohy v určitém směru (na př. okresy v zemědělských krajinách uváděné tak, jak spolu sousedí od západu k východu, nebo okresy dodávající mléko do Prahy v pořadí spirály kol Prahy v pásmech postupně vzdálenějších).

c) Řada věcná je taková, kde stejnorodé statistické výrazy vztahující se přímo k jednotkám nebo k jednotlivým skupinám jednotek téhož celku jsou uspořádány přehledně tak, že celek vyčerpávají. Třídění celku na části (skupiny) děje se tu vždy s hlediska znaků, jež se při každé jednotce vyskytují buď v určité obměně nebo v určitém stupni podle toho, běží-li o znak kvalitativní nebo kvantitativní. Podle toho lišíme věcné řady na kvalitativní a kvantitativní.

α) Věcná řada kvalitativní je řada četností, které udávají zastoupení jednotlivých obměn kvalitativního znaku v pozorovaném celkovém souboru (na př. rozdělení celkového počtu obyvatelstva podle pohlaví nebo národnosti nebo náboženství nebo zaměstnání a pod.). Je to rozložení četností podle znaku kvalitativního. Soustavný sled závisí opět na rozhodnutí statistikově, bývá však ovládán logikou, na př. pořádek jednotlivých druhů národnosti nebo náboženství podle významu nebo podle početnosti příslušníků. Znaky s velkým počtem obměn nutí z důvodů přehlednosti k soustavné klasifikaci (klasifikace zaměstnání ve sčítání lidu, druhů zboží ve statistice zahraničního obchodu, příčin smrti ve statistice úmrtí, druhů podnikání ve statistice závodů živnostenských). Ale i zde se může vyskytnouti také pořádek abecední v uspořádání hesel představujících obměny kvalitativního znaku.

β) Věcná řada kvantitativní je řada stejnorodých statistických výrazů, které vyjadřují zastoupení různých hodnot kvatitativního znaku v pozorovaném celkovém souboru. Není-li pozorovaný soubor velký, jest možno hodnoty příslušející jednotkám souboru sestaviti na př. v pořádku vzestupném (prařada individuelních hodnot). Pro velké soubory prařada hodnot neskytá přehledu a nezbývá než dané hodnoty seskupovat podle stupnice a zjišťovat četnosti pro každý stupeň. Je to rozložení četností podle znaku kvantitativního.[2]) Příklady věcných řad kvantitativních jsou: věkové rozvrstvení obyvatelstva, rozdělení dělníků podle výšky mzdy, rozložení poplatníků podle výše daně důchodové, rozdělení nováčků podle výšky těla, rozdělení okresů podle hustoty obyvatelstva, podle průměru úsporných vkladů připadajících na jednoho obyvatele atd.

2. Podle povahy statistických výrazů lišíme statistické řady na řady čísel absolutních, relativních, středních hodnot atd.

Absolutní čísla mohou býti jednotlivé hodnoty (na př. jednotlivé výšky těla uspořádané podle velikosti) nebo součty hodnot znaku po kvalitativních skupinách (na př. množství vyvezeného cukru podle zemí určení nebo příjmy a výdaje akciových společností podle bilančních položek), nebo součty hodnot znaku ve stupních kvantitativní stupnice (na př. úhrny výměr zemědělských závodů podle jednotlivých velikostních skupin) nebo pouhé jednoduché četnosti pro obměny nebo stupně znaků (na př. rozdělení počtu obyvatelstva podle zaměstnání nebo roztřídění počtu zemědělských závodů podle velikosti) nebo konečně postupné součty z předcházejících jednoduchých hodnot nebo četností (na př. časová řada vzrůstu těla, vzrůstu obyvatelstva) nebo postupně ubývající úhrny jednoduchých četností (na př. řada představující odúmrtní tabulku).

Řady sestavené z relativních čísel (procent, poměrů, indexů atd.) mohou býti buď řady, ve kterých jsou relativní čísla samostatnými hodnotami (na př. úmrtnost obyvatelstva v řadě velkých měst, procento orné půdy oseté cukrovkou v řadě let, hustota obyvatelstva v řadě okresů, index velkoobchodních cen v řadě měsíců) nebo kde jsou jen relativními četnostmi (na př. procentuální rozdělení obyvatelstva podle národnosti).

Řady sestavené ze středních hodnot mohou býti buď řady samostatných hodnot (na př. průměrné výnosy pšenice

---

[2]) V literatuře se výrazu rozložení četností (Häufigkeitsverteilung distribution des fréquences, frequency distribution) užívá technicky jen pro výsledek třídění podle znaku kvantitativního, ačkoli, jak patrno z předcházejícího odstavce, setkáváme se při třídění podle znaku kvalitativního rovněž s rozložením četností.

v jednotlivých letech nebo v různých okresích) nebo mohou tvořiti stupnici pro rozložení četností (na př. stupnice průměrných denních teplot, podle níž jsou rozděleny pozorované dny v roce).

III. *Délka řady statistické.*

Již dvě hodnoty nebo četnosti čili dva členy mohou tvořiti řadu, na př. rozdělení obyvatelstva na muže a ženy. Jinak se počet členů řady řídí podle počtu obměn pořádajícího znaku, tedy podle počtu let, měsíců a pod. v řadách časových, podle počtu obvodů v řadách místních, podle počtu obměn znaku kvalitativního resp. podle počtu stupňů znaku kvantitativního v řadách věcných. Základní zásadou jest přehlednost. Skládá-li se tedy řada z velmi dlouhého počtu členů, je třeba v jich sled zavésti přehlednost rozdělením v několik oddílů tvořících logicky vyšší skupiny na př. v místních řadách okresy shrnují se ve větší obvody teritoriální (kraje, provincie, země), v řadách časových měsíce shrnují se v roky a tyto ve větší časová období, v řadách věcně kvalitativních četné obměny (na př. při druzích zaměstnání, při druzích zboží v zahraničním obchodu) se seskupují v širší třídy pomocí soustavné klasifikace, v řadách věcně kvantitativních dlouhé řady hodnot se seskupují v přehlednou stupnici o stejných nebo poměrům přizpůsobených nestejných intervalech.

Kde jde o vyčerpání celku, bývají řady hodnot i četností zakončeny úhrny. Jsou-li dlouhé řady upraveny v kratší skupiny, tvoří se také pro ně mezitimní nebo skupinové úhrny. Vzhledem k úhrnu mohl by se i jeden člen pokládati za řadu (na př. v tomto tvaru: celkový počet obyvatelů . . . . ., z toho mužů . . . . ; počet skotu . . . . ., z toho krav . . . .), neboť druhý člen řady jako logický doplněk se zjistí snadno odečtením od úhrnu.

IV. *Tvary statistické řady.*

Tvarem řady rozumíme buď charakteristický sled hodnot nebo charakteristické nakupení hodnot. Z číselných výrazů tento tvar není tak zřetelný jako spíše z grafického znázornění. Grafickému znázornění, které vzbuzuje představu určitého tvaru, vyhovují však pouze řady časové a věcné řady kvantitativní. Řady místní graficky se znázorňují kartogramem, který působí dojmem plochy, mapy. Věcné řady kvalitativní se dají znázorniti diagramy z geometrických obrazců. Zato řady časové a věcné řady kvantitativní dají se velmi vhodně graficky znázorniti v pravoúhlé soustavě os ve tvaru lomených čar nebo křivek. Význam tvaru je však u obou druhů řad podstatně zcela rozdílný.

A. Časové řady znázorňují se v pravoúhlé soustavě os tak, že na vodorovnou osu úseček se nanášejí úseky časové, v těchto úsecích se vztyčují pořadnice a na nich se odměřují podle stupnice vyznačené na svislé ose příslušné hodnoty nebo četnosti nebo jakékoli jiné kvantitativní výrazy statistické. Spojíme-li horní body pořadnic lomenou čarou nebo plynulou křivkou, dostaneme charakteristický sled hodnot, obraz časového vývoje pozorovaného zjevu. Tento sled či vývoj může ukazovati několik tvarů:

1. Především lze zjistiti, že pozorovaný zjev se průběhem doby vůbec nemění nebo se mění jen zcela nepatrně. Grafické znázornění vyjadřuje tuto skutečnost tím, že čára představující časovou řadu pohybuje se v určité výši od osy úseček vodorovně nebo kol vodorovného směru jen nepatrně kolísá (osciluje). Příkladem takové řady je časová řada hodnot představujících úrokovou míru po dobu, pokud úroková míra zůstává tatáž. Časová řada představující v jednotlivých rocích poměr chlapců mezi narozenými (t. zv. číslo maskulinity) osciluje kol vodorovné čáry, neboť tento poměr vyznačuje se zajímavou stálostí. Takové řady mohly bychom nazvati řadami stálými, konstantními.

2. Jestliže pozorované hodnoty nebo četnosti průběhem doby stále stoupají nebo klesají, vyjadřuje grafické znázornění tento tvar čarou buď stoupající nebo klesající. Řada taková prozrazuje vývoj pozorovaného zjevu v určitém směru. Řadám těm říkáme vývojové nebo evoluční. Příkladem jsou řady časové ukazující stoupání počtu obyvatelstva, stoupání počtu škol, stoupání počtu HP v průmyslové výrobě, stoupání vkladů, klesání počtu analfabetů, klesání úmrtnosti.

3. Jiný tvar vykazují řady, které v průběhu doby stoupají i klesají. V grafickém znázornění je představuje zubatá lomená čára nebo vlnovka. Je-li toto kolísání pravidelné, říkáme takové řadě periodická (na př. roční spotřeba piva nebo masa podle měsíců), je-li oscilace nepravidelná jakožto výsledek příčin v různých obdobích různě působících, říkáme takovým řadám

n e p r a v i d e l n é, o s c i l a č n í nebo s y m p t o m a t i c k é[3]) (nepravidelná změna je symptomem vlivu nějaké nové příčiny) —

[3]) K použití názvu s y m p t o m a t i c k é řady dlužno podati vysvětlení.

Název ten pochází od L e x i s e, jenž již r. 1877 ve své práci „Zur Theorie der Massenerscheinungen in der menschlichen Gesellschaft" na str. 33 podává třídění statistických řad ve dvě skupiny: symptomatické a typické. Statistickou řadu definuje jejím účelem, že totiž slouží „zur Darstellung von Massenerscheinungen". Z celé oblasti statistických řad vytýká pak t. zv. symptomatické řady. Praví: „Die eine (t. j. Eintheilung der statistischen Reihen), und allem Anscheine nach weitaus zahlreichste Classe derselben (t. j. statistických řad), umfaßt die s y m p t o m a t i s c h e n Reihen, die einen mehr oder weniger veränderlichen menschlich-gesellschaftlichen Zustand durch gewisse numerische Symptome charakterisiren. Deutet eine solche Reihe auf eine anhaltende Entwicklung der untersuchten Momente zum Besseren oder zum Schlechteren hin, so besitzt sie einen historisch-individuellen Charakter und man kann sie als eine e v o l u t o r i s c h e Reihe bezeichnen. Bewegen sich die Zahlen der Reihe in längeren oder kürzeren Zeiträumen ohne durchschlagende Tendenz und auch nicht der Theorie der zufälligen Abweichungen gemäß, auf und nieder, so mag eine solche Reihe eine o s c i l l a t o r i s c h e heißen. Dieselbe wird zu einer p e r i o d i s c h e n, wenn wenigstens die R i c h t u n g der Bewegung sich mit einer erkennbaren Regelmäßigkeit in der Zeit, z. B. nach den Jahreszeiten, ändert."

Z tohoto výkladu vyplývá, že Lexis užívá pojmenování symptomatické řady jako společného názvu pro dva druhy č a s o v ý c h řad: evoluční a oscilační, k nimž počítá i řady periodické jako zvláštní druh oscilačních.

Proti těmto symptomatickým řadám staví jako protějšek řady typické. Zase je lépe přímo citovati: „Dieser Classe der symptomatischen Reihen steht nun gegenüber die Classe der t y p i s c h e n Reihen. Alle Glieder einer solchen Reihe sind mehr oder weniger genaue Darstellungen eines constanten numerischen T y p u s, der in seinem Hervortreten zufälligen Störungen ausgesetzt ist."

„Die Glieder einer typischen Reihe sind entweder a b s o l u t e oder W a h r s c h e i n l i c h k e i t s g r ö ß e n. Im ersten Falle betrachtet man sie einfach als Ergebnisse irgend eines, zufälligen Fehlern unterworfenen, Messungs- oder Bestimmungsverfahren, ohne auf ihre besondere Natur Rücksicht zu nehmen . . ."

„Im anderen Falle aber können die Reihenglieder als Wahrscheinlichkeiten oder als Functionen von Wahrscheinlichkeiten aufgefasst werden und diese besondere Kategorie von typischen Grössen lässt sich wieder nach den Formeln des § 20 in drei Classen zerlegen, nämlich in:

na př. časová řada zahraničního obchodu, výroby železa, uhlí a pod.

---

1. typische Wahrscheinlichkeitsgrössen mit normaler Dispersion, . . .
2. typische Wahrscheinlichkeitsgrössen mit übernormaler Dispersion . . .
3. typische Wahrscheinlichkeitsgrössen mit unternormaler Dispersion . . . "

Třídění na typické a netypické, resp. symptomatické, řady uvádí podle Lexise také A. Kaufmann (Theorie und Methoden der Statistik, Tübingen, Mohr, 1913, str. 487) v kapitole o poměrných číslech a středních hodnotách. Na začátku však v kapitole o dispersi a stabilitě statistických řad (str. 89) upozorňuje, že existují řady, které mají dispersi vyšší než normální a přece je není možno prohlašovati za řady s nadnormální dispersí ve smyslu Lexisova schematu. Bortkiewicz tu upozornil, že to jsou řady s nepravidelnou dispersí, jež se dají znázorniti nepravidelnou, asymetrickou křivkou. Kaufmann je prohlašuje také za symptomatické.

Zdá se, že třídění Lexisovo působí jisté obtíže, především proto, že se dobře nečiní rozdíl mezi řadami časovými a věcně kvantitativními. Tento rozdíl by se měl zachovati i při třídění na řady typické a netypické (symptomatické). Dlužno si totiž uvědomiti, že i některé řady časové — hledíme-li pouze k jejich hodnotám bez zření ke sledu časovému — mohou býti podle Lexise typické, jestliže jednotlivé členy lze považovati „za výraz konstantního číselného typu, který v konkretních případech je podroben působení nahodilých poruch". Zvláště to může býti časová řada typických pravděpodobnostních veličin, na př. poměr pohlaví u narozených zjišťovaný v pravidelných obdobích. Tyto veličiny pozorované jako řada časová mají ovšem jiný tvar než typické řady věcně kvantitativní. Grafické znázornění takové řady v pravoúhlé soustavě os vypadá jako křivka oscilující více méně kol přímky vodorovné s osou úseček. Jsou to řady, které v mém třídění jsou v textu uvedeny jako řady konstantní. (IV. A. 1.)

Na druhé straně jest otázka, je-li možno beze všeho název symptomatické řady dávati i věcně kvantitativním řadám, které mají nepravidelnou dispersi. Sem by především spadaly křivky krajně asymetrické a pak vůbec nepravidelné. Tato nepravidelnost tvarově by se projevovala jako křivka o několika vrcholech (obdoba oscilační řady časové). Více vrcholů v křivce představující řadu věcně kvantitativní není však symptomem různých příčin působících rozmanitost stavu pozorovaného souboru (tříděného s hlediska nějakého kvantitativního znaku), nýbrž je symptomem, že pozorovaný soubor není stejnorodý, že je smíšeninou nehomogenních jednotek, smíšeninou různých souborů. Řada vzniklá tříděním jednotek takového smíšeného, nehomogenního souboru nemůže také nic jednotného representovati. Existence takové řady je vadná ab origine, není správná,

4. Zpravidla nevyskytují se vyjmenované čisté tvary samy o sobě, nýbrž kombinují se navzájem, na př. určitá řada vykazuje s hlediska celkového pozorovaného období stoupání nebo klesání (t. zv. celkový dlouhodobý směr vývoje, sekulární pohyb, stoupající nebo klesající trend), s hlediska krátkých daných období více méně pravidelně se opětující výkyvy (t. zv. sezonní variace

---

neboť nepodává obraz homogenního souboru a nepatří proto do soustavy statistických řad. Daný nehomogenní soubor bude třeba rozdělit na soubory homogenní a věcně kvantitativní řady z těchto dílčích a homogenních souborů vzniklé budou pravděpodobně typické.

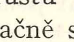
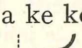
Z toho všeho chci říci tolik, že Lexisovo třídění celé oblasti řad na typické a symptomatické se na všecky řady dobře nehodí. Zvláště činí nesnáze, že se nerespektuje dosti podstatný rozdíl mezi řadami časovými a věcně kvantitativními. Dlužno také uvážit, že Lexisovo třídění pochází již z r. 1877, ačkoli je celkem zachovává ještě v těchže hlavních rysech i ve své pozdější přepracované druhé práci „Abhandlungen zur Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik z r. 1903 v 1. odst. kap. VIII. „Über die Theorie der Stabilität statistischer Reihen" (str. 170), jenže tu proti evolučním řadám staví undulační, jež třídí na periodické a oscilační. Zajímavo je však, že Lexis v této pozdější práci mezi oscilačními řadami uvádí i řady typické. Praví: „Unter diesen allgemeinen Begriff der oscillatorischen Reihen aber würde nun eine Klasse fallen, die man allen übrigen als ganz eigenartig gegenüberstellen könnte, nämlich die „typischen" Reihen, deren Eigentümlichkeit darin besteht, daß ihre Einzelwerte ungenaue Darstellungen eines konstanten Grundwertes sind, der nur mit rein zufälligen Abweichungen zum Ausdruck kommt."

Domnívám se, že toto poslední třídění k jasnosti pojmů nepřispělo. Základní příčinu nejasnosti shledávám, jak jsem již řekl, v tom, že se nečiní rozdíl mezi řadami časovými a věcně kvantitativními.

Proto omezuji ve svém textu název symptomatické řady pouze na časové řady oscilační, maje za to, že zde název „symptomatické" je snad nejpřiléhavější. Řady evoluční i periodické svým pojmenováním výstižně vyjadřují, že jejich tvar je obrazem účinku buď určité stálé příčiny nebo komplexu stálých příčin trvale působících nebo komplexu stálých příčin pravidelně se opětujících. Naproti tomu řady oscilační mají tvar nepravidelný, způsobený v průběhu časovém rozmanitými příčinami, takže nepravidelnosti tvarové lze pokládati za symptomy těchto rozmanitých příčin.

Na druhé straně o řadách typických v pravém slova smyslu se zmiňuji pouze u souměrných nebo mírně asymetrických řad věcně kvantitativních; (viz dále B. 1. 2.), jejichž tvar je oporou pro představu, že jednotlivé pozorované hodnoty řady lze považovati za přibližné výrazy určité stálé základní hodnoty, která konkretně přichází k výrazu jen s čistě nahodilými odchylkami.

na př. během dne podle hodin nebo denních dob, během týdne podle dnů v týdnu, během měsíce podle týdnů v něm nebo k mediu, k ultimu, během roku podle jednotlivých měsíců nebo čtvrtletí).[4]) Na př. oběh bankovek vykazuje u nás v průběhu let klesající trend, ale v měsíčních obdobích pravidelné sezonní variace s vrcholem na konci měsíce, takže grafické znázornění vypadá jako zuby pily. Kromě toho je možno, že v průběhu řady vedle trendu a sezonních variací jsou patrny pro období několika let periodické vlny (t. zv. konjunkturní cykly) odpovídající střídání komplexů určitých příčin, jež krátce lze nazvati konjunkturou (střídání hospodářského vzestupu a poklesu).

5. Zvláštním tvarem časové řady jest t. zv. křivka růstu. Křivka růstu je odvozena z časové řady prostých přírůstků a to postupným sečítáním předcházejících členů řady (přírůstkových hodnot). Růst je právě stálé připočítávání k předešlému stavu. Jestliže na př. prostá časová řada ukazuje, že v roce 1., 2., 3., 4.,... n-tém činil přírůstek vkladů $p_1, p_2, p_3, p_4, \dots p_n$, jest křivka růstu úsporných vkladů vyjádřena touto řadou: $p_1, p_1 + p_2, p_1 + p_2 + p_3, p_1 + p_2 + p_3 + p_4, \dots \sum_1^n p$. Znázorníme-li tuto součtovou řadu v pravoúhlé soustavě os tak, že na ose úseček běží intervaly času, na pořadnicích jsou pak vyznačeny postupné hodnoty součtové, dostaneme křivku růstu. Tvar její závisí na tvaru jednoduché řady přírůstků. Je-li původní časová řada přírůstků sestupná, má křivka růstu podobu vzestupné křivky vypouklé k ose X, s počátku značně stoupající a pak mírně se obracející ve směr vodorovný (). Je-li původní časová řada přírůstků tvaru „U“, má příslušná křivka růstu tvar s počátku prudce stoupající, pak protáhle vodorovný a ke konci opět prudce stoupající (tvar Yuleovy ogivní křivky: ). Je-li původní časová řada přírustků stále vzestupná, má příslušná křivka růstu ještě prudčeji stoupající tvar „J“ (). Má-li konečně původní časová řada přírůstků tvar více méně symetrického oblouku s vrcholem uprostřed, t. j. jestliže přírůstky až do určité

[4]) Delší doba, než rok se zřídka béře za východisko pozorování sezonních výkyvů, protože se u těchto delších dob těžko shledáváme s pojmem „sezony“, t. j. pravidelně se střídající situace během určitého období.

doby stoupají a odtud opět klesají (), což jest případ prakticky nejčastější, má příslušná křivka růstu tvar „S", t. j. s počátku stoupá pomalu, pak náhle stoupá rychle a ke konci opět se obrací ve směr vodorovný . Je to obrácený tvar křivky ogivní. V tomto tvaru byla křivka růstu skoro před 100 lety odkryta belgickým matematikem V e r h u l s t e m[5]) na základě teoretické úvahy o vzrůstu obyvatelstva. Tento tvar vykazuje nejen biologický růst (výška těla a rozměry tělesných údů, vzrůst zvířat, rostlin, plodů), ale i růst sociální nebo hospodářský (na př. vzrůst vkladů a úspor, vzrůst počtu obyvatelstva, vzrůst výroby automobilů, rozšiřování spolků určitého směru). V novější literatuře se této křivce říká také „l o g i s t i c k á"; odůvodnění tohoto názvu neznám a pokládám jej za nepřípadný.

6. Opakem křivky růstu jest k ř i v k a u b ý v á n í, jež znázorňuje, jak se určitý stav stále zmenšuje. Jestliže určitý úhrn počáteční jest v každém dalším období časovém úhrnem vždy menším o určitý úbytek, tvoří tyto ubývající úhrny řadu ubývání, kterou si snadno odvodíme z prosté časové řady úbytků: u_1, u_2, u_3, ... u_n, sečítáním od konce, takže řada ubývání by vypadala takto:

$$\sum_{i=1}^{n} u_i\,,\ \sum_{i=2}^{n} u_i\,,\ \sum_{i=3}^{n} u_i\, \ldots\ldots\, u_n.$$

Poněvadž původní řada úbytků může míti různé tvary tak jako řada přírůstků, mohla by i řada, resp. křivka ubývání vykazovati podle toho obdobné tvary, a to přesně opačné u srovnání s křivkami růstu. Praktickou řadou ubývání je t. zv. odúmrtní tabulka představující, jak teoreticky okrouhlý počet (na př. 100.000) stejně zrozených jedinců postupem doby odumírá až do úplného vymření.

B. Řady v ě c n ě k v a n t i t a t i v n í ve formě rozložení četností mají také charakteristické tvary, které opět lépe vyniknou při grafickém znázornění. V tomto případě se v pravoúhlé soustavě os nanášejí na osu vodorovnou hodnoty nebo stupnice hodnot a na pořadnice k nim příslušející se vyznačují četnosti podle stupnice četností vyznačené na ose svislé. Tu je možný dvojí tvar grafu,

5) Současník Queteletův. Viz G u m b e l, die Versuche eines mathematischen Gesetzes der Bevölkerungszunahme, Allgemeines Statistisches Archiv, Jg 1915/1916, str. 644—652.

buď se nad intervaly stupnice na ose vodorovné vztyčují pravoúhelníky a pak celý obrazec má tvar schodovitý (t. zv. histogram), nebo se v polovinách intervalů stupnice vztyčují kolmice a vrcholy kolmic se spojí lomenou čarou, čímž vznikne t. zv. mnohoúhelník četností (frekvenční polygon). Je-li hromadný zjev velmi veliký a stupnice hodnot má malé intervaly, blíží se polygon četností velmi plynulé křivce a také se často křivkou znázorňuje, zvláště jde-li o kvantitativní znak spojitý (na př. věk). Rozložení četností takto znázorněné má nejrozmanitější tvary podle charakteristického nakupení hodnot řady na určitém místě.

1. Rozložení četností takto znázorněné může míti tvar symetrického rozložení kol určité hodnoty nejčastější (modu), která při plné symetrii jest zároveň průměrem i mediánem. V tom případě má křivka podobu Gausovy křivky a samo rozložení jest vzorem typické řady věcně kvantitativní, neboť střední hodnota jest skutečně typem, representantem a charakteristickou veličinou pozorovaného kvantitativního znaku (takovou řadou je na př. rozložení výšek těla dospělých lidí).

2. Řada jiných rozložení četností má tvar mírně asymetrický, při kterém však pozorované hodnoty se přece ještě stále kupí kol určité hodnoty nejčastější, modu, který je zde opět typem, ale nespadá v jedno s průměrem ani mediánem (ale i průměr v těchto řadách má svůj charakteristický význam). Ve všech těchto případech jsou to křivky s jedním vrcholem (unimodální), prozrazující, že tu jde o stejnorodý zjev hromadný. Kdyby taková křivka vykazovala dva vrcholy — je tu na místě podezření, že pozorovaný hromadný zjev není stejnorodý, že tu jsou asi dva různorodé hromadné zjevy spolu smíšené (na př. v rozložení výšek těla dva vrcholy ukazují na dva různé soubory, na př. na dvě rasy).

3. Jiné tvary rozložení četností jsou: krajně asymetrické tvary, kde maximum četností nalézá se na kraji, zpravidla na počátečním kraji (křivka tvaru L nebo obráceného J). Takové rozložení vykazuje na př. řada censitů podle stupnice daňové, řada domů podle ceny, řada závodů zemědělských nebo průmyslových podle velikosti, řada bytů podle velikosti. Jsou to tvary, které prozrazují, že typickými hodnotami jsou hodnoty extrémní a nikoli střední.

4. Zcela vyjimečné jsou tvary, kde extrémy jsou četné a střední hodnoty málo zastoupené (tvar U), na př. dny v meteorologii tříděné podle oblačnosti: nejčastější jsou dny zcela jasné a úplně zamračené.

5. Je ovšem samozřejmo, že skutečné tvary rozložení jsou velmi rozmanité a že se pouze více méně přibližují vyjmenovaným tvarům. Přes to však kromě nich statističtí teoretikové (na př. Pearson, Bruns, Pareto, Charlier) nalezli řadu jiných tvarů, řadu křivek, pro které vynalezli i analytické rovnice vyjadřující zákon jejich rozložení. Praktické zužitkování rozboru těchto tvarů statistických řad je však nepatrné. Ve skutečnosti máme vždy jen empirické (ze statistického pozorování vzniklé) řady, které jen přibližně mají tvar teoretický a matematická statistika velmi pracně se namáhá zjistiti přesnost souhlasu mezi průběhem křivky empiricky (statisticky) zjištěné a průběhem křivky teoretické (odpovídající teoretickému zákonu rozložení), která se pokládá za obraz účinku určitého s t á l é h o komplexu příčin (tedy za obraz p o d s t a t y zjevu), kdežto empirická křivka je obrazem zjevu deformovaného účinkem nahodilých příčin.

V. *Účel statistických řad.*

Účel statistických řad je dvojí, jednak přivésti do statistického materiálu přehled usnadňující poznání stavu nebo vývoje určitého hromadného zjevu (d e s k r i p t i v n í f u n k c e), jednak býti vhodným nástrojem statistického usuzování buď ve způsobu prostého porovnávání a zjišťování shod nebo rozdílů, buď ve způsobu hledání příčinných souvislostí nebo konečně ve způsobu statistického předvídání čili t. zv. statistické prognosy (a n a l y t i c k á f u n k c e ř a d).

A. D e s k r i p t i v n í f u n k c e.

V této funkci splňují statistické řady svůj účel samy o sobě.

1. Č a s o v é ř a d y mají za účel ukázati v ý v o j nějakého hromadného zjevu nebo charakteristických jeho znaků, na př. vzrůst počtu obyvatelstva, stoupání cenové hladiny, vlnění konjunktury a pod. Jak vypadá takový vývoj statistickou řadou po-

psaný, lze postřehnouti z tvaru časové řady, ať již ze samotných dat číselných, nebo ještě lépe z grafického znázornění v diagramech v pravoúhlé soustavě os.

2. Účelem místních řad jest podat obraz o místním rozložení pozorovaného zjevu. Je-li místní detail, podle kterého jest místní řada utvořena (na př. okres) malý a řada sama dlouhá, stává se ve formě číslené málo přehlednou. Přehlednějším jest pak její grafické znázornění kartogramem nebo kartodiagramem. Ovšem pro kartogramy hodí se jen řady relativních čísel, nikoli řady absolutních čísel.

3. Účelem věcných řad statistických jest podati obraz o složení (struktuře) hromadného zjevu co do pozorovaného znaku, t. j. o zastoupení jednotlivých stupňů znaku kvantitativního nebo obměn znaku kvalitativního v celku na př. zastoupení jednotlivých věkových skupin nebo zastoupení jednotlivých skupin zaměstnání v celkovém obyvatelstvu.

B. Analytická funkce.

V této funkci jediná řada málokdy stačí.

1. Prosté porovnávání.

Pokud jde o porovnávání, srovnáváme dvě nebo několik řad časových co do průběhu v čase, dvě nebo několik místních řad co do rozložení místního, dvě nebo několik věcných řad co do vnitřního složení. Poněvadž však takovému porovnávání vadí různá velikost absolutních čísel, dociluje se srovnatelnosti buď srovnáváním grafů místo čísel nebo častěji proměnou absolutních čísel na relativní.

S jiného hlediska lze řady, které to připouštějí, především řady věcně kvantitativní, porovnávati co do soustředění k určité hodnotě. Ukazují-li takové řady zřejmé soustředění k určité hodnotě, lze je srovnávati pomocí těchto středních hodnot (řady tělesných výšek dvou ras lze spolu porovnávat porovnáváním průměrných výšek z obou řad).

Střední hodnota však vždy nestačí k porovnání dvou kvantitativních řad. Mohou býti dvě řady se stejnou střední hodnotou, ale rozptyl mohou míti rozdílný. Rozptyl (disperse) řady je kolísání jednotlivých hodnot kolem střední hodnoty. Statistika má pro takové kolísání (variaci) zvláštní míry, které měří velikost tohoto kolísání (variabilitu) na odchylkách jednotlivých hodnot od hodnoty střední. Pravidelnou měrou rozptylu je směrodatná odchylka, t. j. odmocnina z průměru čtverců odchylek jednotlivých hodnot od jejich průměru (značí se σ).

Průměr i směrodatná odchylka jako nejběžnější charakteristické hodnoty věcné řady kvantitativní mají význam jen u pravidelných tvarů, t. j. u tvarů symetrických nebo mírně asymetrických. U ostatních tvarů velkého významu nemají, neboť střední hodnota tu vůbec není typem.

Kromě toho zná matematická statistika ještě další charakteristické hodnoty kvantitativní řady. Jest to t. zv. kosost nebo sklon (v jehož formuli se objevují třetí mocniny odchylek od průměru) určující, na kterou stranu se křivka řady více sklání, a excessi nebo kurtosis (v jejíž formuli se objevují čtvrté mocniny odchylek od průměru) určující, že vrchol křivky řady je výše nebo níže než vrchol Gausovy křivky téhož průměru a téže směrodatné odchylky (téhož rozptylu).

2. Hledání příčinných souvislostí.

Neběží tu o hledání individuelních příčin, nýbrž jen o vlivy t. zv. příčinných činitelů (kausálních faktorů), jako jsou na př. pohlaví, věk, stav rodinný, náboženství, národnost, město a venkov, stupeň blahobytu, roční počasí atd. atd. Statistika zjišťuje pouze koincidenci dvou zjevů, které mohou býti ve vzájemném poměru kausálních faktorů, ale nelze říci často, co jest příčina a co jest následek. Rozhodnutí přísluší nestatistickým znalostem. Při zjišťování příčinných souvislostí je nejdůležitějším prostředkem statistická řada. Metody jsou různé:

a) Metoda diferenční (rozdílu).

α) Přímá. Dva soubory ve všem stejné liší se jen jedním znakem, který může působiti kausálně. Na př. máme věcně kvalitativní řadu, jež pro jednotlivá povolání udává úmrtnost. Chceme-li dospěti k názoru, že určité povolání trpí větší nebo menší úmrtností než jiné povolání, musí porovnávané skupiny povolání vykazovati všechny ostatní znaky krom úmrtnosti stejné, na př. věk: v obou nebo ve všech porovnávaných skupinách povolání muselo by býti stejné věkové rozvrstvení nebo by porovnávané skupiny musely míti jedince stejného věku.

β) Nepřímá. Jestliže znak, jehož kausální vliv chceme pozorovati, nebyl při sčítání zjišťován, nelze užíti přímé diferenční metody, nýbrž jen nepřímé. Sledují se totiž dvě řady geografické nebo časové, obojí pozorované v různém prostředí, kterážto různost je charakterisována obměnami znaku (kausálního faktoru), jehož vliv chceme sledovati. Na př. případný vliv náboženství na sebevražednost bylo by možno přímo sledovati, jen kdyby u sebevrahů bylo zjišťováno náboženství. Není-li tomu tak, nutno na př. sledovati časovou řadu sebevražednosti v zemi čistě katolické s obdobnou časovou řadou o sebevražednosti v zemi čistě protestantské nebo pravoslavné a pod.

b) Metoda sdružených čili současně se vyskytujících změn objevuje jisté souvislosti mezi zjevy, jež v teorii statistické dostaly řadu různých jmen: na př. styk (kontingence), družnost (asociace), vázanost (kolligace), vztah nebo souvztažnost (korelace), jež vesměs naznačují, že tu lze tušiti když ne přímo příčinné závislosti, tedy aspoň souvislosti. Jest opět přímá nebo nepřímá.

α) Přímá. Technickou pomůckou pro přímé pozorování takových sdružených změn jest t. zv. tabulka o dvojím vchodu, předvádějící třídění téhož souboru současně podle dvou jeho znaků: jedno třídění podle legendy (ve sloupcích), druhé podle hlavičky (po řádkách). Taková tabulka, představuje-li v obou nebo aspoň v jednom směru třídění podle znaku kvalitativního (kvalitativní stupnici), jmenuje se tabulka kontingenční, na př. roztřídíme-li určitý soubor lidí současně podle barvy očí a vlasů do tabulky, v jejíž legendě jsou označeny barvy očí: modrá, šedá nebo zelená, hnědá, a v hlavičce barvy vlasů: světlé, ryšavé, hnědé, černé. Důkazem dědičnosti bude to, že kombinace stejných barev nebo odstínů budou nejvíce obsazeny, neboť tak se ukazuje zřetelně závislost nebo souvislost či pouhý styk (kontingence) jednoho znaku s druhým. Pearson založil pro takové případy zvláštní míru styku, koeficient kontingence (označený χ^2).

Zjednodušíme-li kontingenční tabulku v obou směrech třídění pouze na dvě skupiny navzájem se vylučující (zpravidla jako logický klad a zápor), vznikne nejjednodušší tabulka o dvojím vchodu, t. zv. tabulka čtyřpolní (tetrachorická či asociační). Na př. máme soubor osob, z nichž některé onemocněly a některé neonemocněly cholerou, při čemž některé byly očkovány a některé nebyly očkovány proti choleře. Roztřídíme-li tento soubor do čtyřpolní tabulky, lze usuzovati na asociaci mezi očkováním a neonemocněním z četností příslušejících 4 možným kombinacím takže, zjistí-li se, že mezi očkovanými je poměrně méně onemocnělých než mezi neočkovanými, jest očkování a nákaza v negativní, resp. očkování a neonemocnění v positivní souvislosti. Tuto souvislost (asociaci) měří několik měr: Yuleův koeficient asociace, Yuleův koeficient koligace, Pearsonův koeficient korelace.

Představuje-li tabulka o dvojím vchodu v obou směrech mnohonásobné třídění podle stupňů znaku kvantitativního (podle kvantitativních stupnic), tedy po sloupcích i po řádcích samá rozložení četností, jmenuje se taková tabulka korelační. Do takové tabulky lze na př. roztříditi sňatky podle kombinace věku ženicha a nevěsty tak, že věková stupnice ženicha je v legendě, věková stupnice nevěsty v hlavičce, v každém poli je počet sňatků odpovídající příslušné kombinaci věku snoubenců. Charakteristické obsazení určitých polí ukazuje na souvislost mezi určitým věkem ženicha a určitým věkem nevěsty. Druží-li se vyšší věk ženicha k vyššímu věku nevěsty, je tu positivní korelace (největší četnosti jsou v polích běžících po uhlopříčně od levého hořeního rohu do pravého doleního). Kdyby tomu bylo naopak, byla by to negativní korelace (největší četnosti by byly v polích běžících po úhlopříčně od levého doleního rohu do pravého hořeního). Kdyby nebylo žádné souvislosti mezi věkem snoubenců, t. j. kdyby se vyskytovaly se stejnou pravděpodobností všechny možné kombinace věkové, byly by největší četnosti současně v některém sloupci a v některé řádce, šly by kolmo křížem přes sebe (případ nezávislosti). V takové tabulce lze měřiti souvislost mezi sdruženými znaky Pearsonovou měrou (koeficientem) korelace (označenou písmenem r) a pohybující se mezi ± 1, kde $+1$ znamená dokonalou korelaci positivní, -1 dokonalou korelaci negativní a 0 vzájemnou nezávislost, zlomky mezi $+1$ a -1 udávají pak různý stupeň korelace. Pro určité případy měří se korelace také t. zv. korelačním poměrem (značí se řeckým písmenem η). Vysoký stupeň korelace sice ještě neznamená, že pozorované znaky nebo zjevy jsou v příčinné souvislosti, ale upozorňuje, že tu nějaká příčinná souvislost může býti, po níž třeba pátrati na základě jiných již znalostí než statistických.

β) Nepřímá. Není-li možno pozorovaný soubor roztříditi a sestrojiti kontingenční nebo korelační tabulku, nutno sdružené poměry pozorovati nepřímo pomocí geografických nebo časových řad. Na př. není-li možno porovnávati řady představující roztřídění obyvatelstva podle blahobytu, srovnáváme spolu geografické obvody vykazující různé stupně blahobytu nebo srovnáváme řadu časových období, ve kterých se hospodářská situace různě utvářila. Ze sdružených hodnot souběžných řad lze počítati také koeficient korelace, jednodušší než v případě korelační tabulky. Srovnávání časových řad dá se zvláště dobře prováděti jejich grafickým znázorněním. Paralelní nebo antiparalelní kolísání obou řad ukazuje na positivní nebo negativní korelaci, na př. bylo pro dřívější doby zjištěno, že s časovou řadou cen obilí probíhaly paralelně časové řady o vystěhovalectví, zločinnosti, konkursech, sebevraždách, antiparalelně časové řady o sňatcích, porodech a pod. Mnohdy mezi příčinou a účinkem uplyne určitá doba, takže nekorespondují současné pohyby křivek, nýbrž pohyby lišící se o onu určitou dobu (t. zv. korelace následná), na př. se vzrůstem zahraničního obchodu objeví se za čas větší počet sňatků a po něm za čas větší počet porodů, nebo se zhoršením pracovního trhu objeví za čas větší počet odsouzení pro tuláctví. Ovšem korelace časových řad dlužno posuzovati velmi opatrně, protože velmi často stejně probíhající změny znaků nebo zjevů nejsou důsledkem vzájemného působení, nýbrž důsledkem vlivů jiných okolností, jež působí současně na oba pozorované znaky nebo zjevy. V takových případech se mluví o „klamné korelaci".

3. Prognosa statistická na základě statistických řad.

a) *Prognosa z prostého sledu změn.*

Pro statistickou prognosu jsou určeny především řady časové. V jednoduchých jejich tvarech je dána možnost předpovědi na základě předpokladu setrvačnosti poměrů, ovšem jen pro nejbližší časové období, neboť pravděpodobnost setrvačnosti poměrů postupem doby stále klesá.

1. Konstantní řada časová připouští domněnku, že s velkou pravděpodobností i do budoucna budou další hodnoty stejné nebo jen nepatrně kol průměru oscilující.

2. Evoluční řada časová za týchž podmínek dovoluje úsudek, že do budoucnosti pozorovaný zjev bude stoupati (na př. výroba automobilů) nebo klesati (na př. počet analfabetů, přírůstek obyvatelstva v kulturních státech). Na předpokladu setrvačnosti směru časové křivky zakládá se také t. zv. extrapolace, která vlastně není nic jiného než prognosa budoucí hodnoty ze směru dosavadního vývoje (křivka se prostě v dosavadním směru prodlouží přes hranice posledního pozorování).

3. Stejným způsobem lze použíti k prognose periodických řad, známe-li délku periody a její výšku z dosavadní zkušenosti, na př. lze předpověděti skoro bezpečně, že výroba piva dostoupí každoročně vrcholu v červenci nebo v srpnu, neboť tu je konsum nejvyšší a tím vyšší, čím je počasí teplejší.

4. Obtížnější jest již prognosa z řad symptomatických (nepravidelných), neboť zde třeba již bedlivě sledovati příčiny změn ve tvaru časové řady. Neznáme-li příčiny pozorovaného zjevu, nelze o něm nic předvídati do budoucnosti. Ze samotné, jedné řady symptomatické jest tedy předvídání velmi obtížné. Lépe však jsme na tom, můžeme-li současně sledovati dvě nebo více řad časových o stejné časové stupnici a jsou-li zjevy, jež řady ty představují, v poměru příčinných činitelů, takže v těchto řadách dostavují se buď současně nebo po uplynutí určité doby stejné tvary průběhu. Pak jakmile se v jedné řadě dostaví určité tvary momentů příčinných, lze usuzovati, že v druhé řadě dostaví se určité tvary momentů následných. Na této myšlence jsou vybudo-

vány metody sledování konjunkturního vývoje čili sestavování t. zv. hospodářského barometru. Na př. harvardská metoda sledování konjunktury založená prof. Personsem zakládá se na sledování průběhu tří kombinovaných časových křivek: křivka *A* představuje spekulaci nebo trh bursovních hodnot (hl. kursy průmyslových akcií), křivka *B* představuje obchod nebo trh zboží (hl. velkoobchodní ceny), křivka *C* představuje trh peněz (hl. diskontní sazby pro směnky na zboží). V předválečných poměrech křivka *B* za několik měsíců opětovala průběh křivky *A* a křivka *C* za další určitou dobu průběh křivky *B*. Ovšem nesmí se ztráceti s mysli podmínečnost tohoto sledu: jestliže se okolnosti podstatně nezmění. Poněvadž se však tyto okolnosti mění, na př. stalo se tak pronikavě účinky světové války, ukazuje se, že i tyto hospodářské barometry jsou nespolehlivé a i různé ty konjunkturní ústavy ve svých předpovědích jsou omezeny. Souvisí to s tím, že korelace časových řad je přece jen často zdánlivá, takže ji nutno přijímati jen opatrně. A pak jednotlivé příčinné činitele nelze dobře odděleně pozorovati, takže v určité kombinované řadě, kde jsou sloučeny vlivy několika příčinných faktorů, mohou se tyto faktory vyvíjeti různě a tudíž po případě i vůči sobě rušivě. Prakticky z toho vyplývá, že statistickou prognosu lze si dovoliti jen pro nejbližší časové období.

5. Zvláštním druhem statistické prognosy z časových řad jest prognosa z křivky růstu. Tato křivka růstu (viz IV.A.5) jest — je-li znám zákon růstu — zcela charakteristická a lze z jejího stavu v kterémkoli období časovém s velkou pravděpodobností předvídati její další, budoucí průběh (t. j. je-li růst na počátku, či v plném vývoji nebo u svého konce).

6. Na stejných logických závěrech zakládala by se prognosa z křivky ubývání (viz IV. A. 6.). Praktickým příkladem je tu prognosa z odúmrtní tabulky, sestavená na základě zákona odumírání platného pro každý věkový ročník lidský. Tabulka odúmrtní slouží prognose v praksi životního pojišťování.

b) Prognosa ze sdružených současných změn.

Jiného významu je prognosa ze sdružených změn dvou znaků kvantitativních opřená o korelační tabulku nebo o dvě korelační řady. Z tabulky nebo z obou korelačních řad je patrno, že se změnou jednoho znaku postupuje také změna druhého znaku buď v témže nebo opačném směru. Koeficient korelace měří míru čili intensitu této souvislosti. Je-li koeficient korelace vysoký (blízký 1), lze zužitkovati t. zv. regresní rovnice. Regresní rovnice dávají totiž možnost posouditi účinek změny prvého znaku na změnu druhého znaku a naopak, neboť matematicky určují, oč se změní v průměru znak *B*, jestliže se znak *A* změnil o jedničku svého rozměru, resp. oč se změní v průměru znak *A*, jestliže se znak *B* změnil o jedničku svého rozměru. Sledování těchto regresí je velmi důležitou složkou statistické prognosy v praksi. Na příklad je známo, že tělesné údy jsou ve vzájemné proporci a mění se současně úměrně, na př. čím delší je chodidlo, tím je také současně širší. Z velké řady měření noh co do délky a šířky chodidla lze ve formě regresní rovnice vypočísti, oč v průměru vzroste šířka chodidla, jestliže se délka jeho zvětší o jeden *cm*. Takovéto řady statistických měření lze prakticky využíti na př. při tovární výrobě bot: pro určité délky lze určiti velmi přesně příslušné šířky, resp. ostatní míry. Ale i zde třeba opatrnosti, neboť regresní rovnice jsou dvě a třeba uvažovati obě: nejen účinek *A* na *B*, nýbrž i účinek *B* na *A*, což nejsou stejné vztahy.

VI. *Literatura.*

W. Lexis: Zur Theorie der Massenerscheinungen in der menschlichen Gesellschaft (Fr. Wargner'sche Buchhandlung, Freiburg i. B., 1877).

W. Lexis: Abhandlungen zur Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik (G. Fischer, Jena, 1903).

Al. Kaufmann: Theorie und Methoden der Statistik (Mohr, Tübingen, 1913).

F. Žižek: Die statistischen Mittelwerte (Duncker u. Humblot, Leipzig, 1908).

F. Žižek: Grundriss der Statistik (Duncker u. Humblot, München, 2 vyd., 1923).

G. U. Yule: Úvod do teorie statistiky (Praha, 1926).

St. Kohn: Základy teorie statistické metody (Praha, 1929).

A. Tischer: Grundlegung der Statistik (G. Fischer, Jena, 1929).

W. Winkler: Grundriss der Statistik, I., Theoretische Statistik (Springer, Berlin, 1931).